

MÉTODOS DE SIMULACIÓN Y MODELADO

INSTRUCCIONES

Por favor, entregue todas las hojas de enunciado junto con el examen.
Dispone de 2 horas para realizar el examen.
MATERIAL PERMITIDO: Ninguno.

Pregunta 1 (2 puntos)

- 1.a** (1 punto) Explique cómo se define el *índice* de un sistema de ecuaciones algebraico diferenciales (DAE).
- 1.b** (1 punto) Ponga un ejemplo de un sistema DAE de índice 2, demostrando que el sistema tiene índice 2.

Pregunta 2 (2 puntos)

A continuación se muestra un modelo matemático, donde la variable t representa el tiempo.

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} - a_2 \cdot \frac{dx_2}{dt} &= b_2 \\ b_1 \cdot x_1 + x_2 \cdot x_3 &= b_2 \cdot \frac{dx_2}{dt} \\ x_2 &= b_1 \cdot x_1 - \frac{dx_1}{dt} \\ x_3 &= x_4 - x_1\end{aligned}$$

$$\begin{array}{l|l} a_1 = 7.65 \cdot 10^{-3} & a_2 = \frac{2}{3} \cdot a_1 \\ b_1 = 4.07 \cdot 10^{-2} & b_2 = b_1 \cdot t \end{array}$$

- 2.a** (1 punto) Clasifique las variables del modelo en parámetros, variables de estado y variables algebraicas. A continuación, realice la asignación de la causalidad computacional. Explique detalladamente el procedimiento seguido para ello.
- 2.b** (1 punto) Escriba el diagrama de flujo del algoritmo para la simulación de este modelo. Emplee el método de integración de Euler explícito. Asigne el valor inicial que desee a las variables de estado. La condición de finalización de la simulación es que el tiempo simulado alcance el valor 10 s.

Pregunta 3 (4 puntos)

A continuación se muestra un modelo descrito en lenguaje Modelica y preguntas acerca de él.

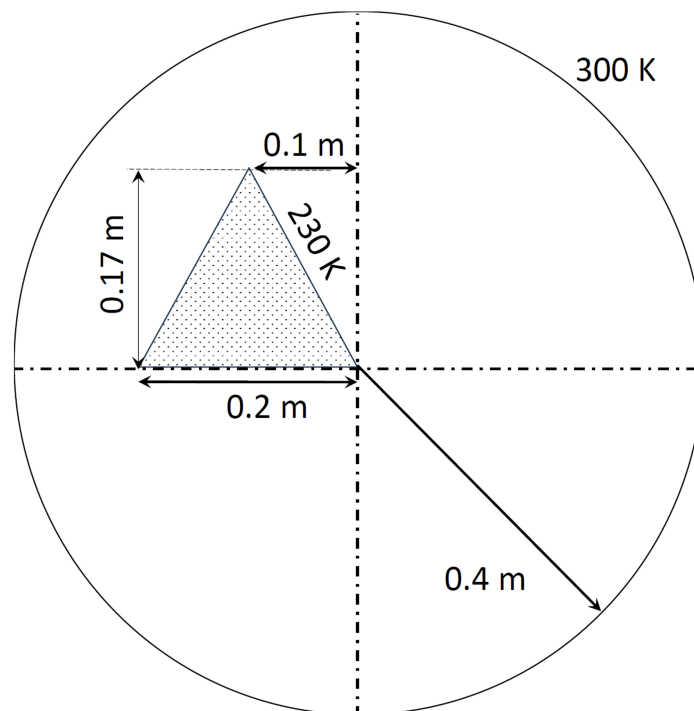
```
model Pregunta3
  parameter Real p1(start=0, fixed=false);
  parameter Real p2 = 11.2;
  Real x1 (start=-1, fixed=true);
  Real x2 (start=3, fixed=false);
  Real y1 (start=20, fixed=true);
  Real y2 (start=1.2, fixed=true);
  Integer n1;
  Integer n2(start=-10, fixed=true);
  Boolean b (start=true, fixed=true);
equation
  y2 = p1+x2;
  if initial() then
    der(x1) = p1;
  else
    der(x1) = -x1*time + p1;
  end if;
  der(x2) = p2*y1 + y2;
  when { x2 > 10, initial() } then
    n1 = pre(n1) + pre(n2) + 1;
    y1 = y2;
    b = pre(b) and not x2 > 10;
  end when;
  when y1 > y2 then
    n2 = pre(n2) - 1;
  end when;
initial equation
  der(x1) - 10*p2 = 0;
  pre(n1) = 4;
end Pregunta3;
```

- 3.a** (1 punto) Clasifique las variables del modelo en variables de tiempo continuo y variables de tiempo discreto. Clasifique las variables de tiempo continuo en variables de estado y variables algebraicas. Explique cómo ha realizado las clasificaciones.
- 3.b** (2 puntos) Escriba todas las variables a calcular en el problema de inicialización y el conjunto completo de ecuaciones del problema de inicialización. Indique si el número de variables y ecuaciones coincide. En caso afirmativo, ordene y resuelva las ecuaciones a fin de calcular el valor de todas las variables del problema de inicialización.

3.c (1 punto) Escriba la condición de disparo de cada una de las cláusulas `when`, indicando en cada caso cómo el algoritmo de la simulación de los entornos de modelado de Modelica detecta esos eventos durante la simulación.

Pregunta 4 (2 puntos)

Escriba un *script* en FlexPDE para obtener el mapa de contorno de distribución de temperatura y los vectores correspondientes al flujo de calor del sistema descrito a continuación. Se trata de un problema de dos dimensiones cuya geometría se muestra en la siguiente figura.



El sistema está formado por un círculo de un material de conductividad $\kappa_1 = 1 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$ que tiene en su interior un triángulo de un material aislante de conductividad $\kappa_2 = 0.01 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$. El círculo tiene de radio 0.4 m y su contorno exterior se mantiene a 300 K. El triángulo interior es equilátero, tiene de lado 0.2 m y su contorno exterior se mantiene a 230 K. La posición del triángulo en el interior del círculo se muestra en la figura.